

COMPARATIVO ENTRE MODELOS MATEMÁTICOS DE FRATURA APLICADOS EM FORMAÇÕES DA BACIA DE ALAGOAS

José Flavio Maciel Bonfim¹

Pedro Ricardo Oliveira da Luz²

Joabs Francisco de Moraes³

Vanessa Limeira Azevedo Gomes⁴

Engenharia de Petróleo



ISSN IMPRESSO 1980-1777

ISSN ELETRÔNICO 2316-3135

RESUMO

O fraturamento hidráulico tem sido amplamente utilizado na indústria petrolífera para aumentar a produtividade de poços de petróleo e gás. Durante a injeção do fluido fraturante, uma determinada área do reservatório é fraturada com o propósito de criar uma permeabilidade induzida no meio poroso, de modo que o fluxo do fluido, desde o reservatório para o poço, seja facilitado. No entanto, este processo pode ter resultados negativos caso não seja feito um estudo antecipado referente à geometria da fratura, a qual pode resultar em problemas operacionais, fraturas indesejadas e fraturas interceptando camadas adjacentes à zona de interesse. Neste trabalho, foi elaborado um algoritmo, utilizando os modelos matemáticos KGD e PKN, para simular e obter os dados durante a propagação de fraturas de seis campos da Bacia de Alagoas. Para isso foram utilizadas simplificações geométricas, a equação de balanço de massa e da mecânica da fratura. A geometria da fratura mostrou-se notavelmente sensível à pressão de bombeio e vazão de injeção. Isso foi observado quando se comparou o Campo Anambé e do Campo Cidade de São Miguel dos Campos, que teve seu comprimento de fratura reduzido nos modelos KGD e PKN. Já nos Campos de Coqueiro Seco e São Miguel dos Campos, ambos os modelos se mostraram viáveis, uma vez que os parâmetros calculados estavam de acordo com seus requisitos de altura e comprimento.

PALAVRAS-CHAVE

Fraturamento Hidráulico. Geometria da Fratura. Modelagem da Propagação.

ABSTRACT

Hydraulic fracturing was done in the oil industry to increase the productivity of oil and gas wells. During the injection of fracturing fluid, a measured area of the reservoir is fractured in order to create an induced permeability in the porous medium so that the flow of fluid from the reservoir to the well is facilitated. However, this process may have been negative in relation to the fracture geometry, since this type of process may have suffered a failure in data processing, unwanted fractures and fractures intercepting the adjacencies to the zone of interest. In this work, an experimentation algorithm was developed, taking advantage of the data for a fracture propagation of six fields of the Basin of Alagoas. For this, geometric simplifications, mass balance equation and fracture mechanics were used. The geometry of the fracture was notable for the pumping pressure and injection flow. Compared to Campo Anambé and Campo Cidade de São Miguel dos Campos, KGD and PKN. Already in the Campos de Coqueiro Seco and São Miguel dos Campos, both models proved to be viable, since the calculated parameters were in accordance with their height and length requirements.

KEYWORDS

Hydraulic fracturing; fracture geometry; propagation modeling.

1 INTRODUÇÃO

O petróleo é uma mistura complexa de compostos orgânicos, principalmente hidrocarbonetos. Segundo Taioli (2000), é a fonte energética mais comercializada da atualidade. Além de ser usado, preferencialmente, como combustível, possui dezenas de subprodutos que podem ser aproveitados por diversas áreas da indústria e, por isso, países produtores têm empregado cada vez mais recursos financeiros para extraí-lo.

Quase toda operação em poços de petróleo, seja perfuração, cimentação ou injeção de fluidos causa dano à formação e, conseqüentemente, diminuição da permeabilidade. A queda da produtividade e injeção de fluido está relacionada diretamente a esse dano, sendo necessário minimizá-lo para evitar altos custos na recuperação do reservatório. Isso é feito por meio de técnicas de estimulação de poços, como, por exemplo, o faturamento hidráulico.

O fraturamento hidráulico é uma técnica de estimulação de reservatórios de petróleo e gás que consiste em injetar fluidos a alta pressão na formação ao redor do poço a fim de criar fraturas de alta condutividade para que os hidrocarbonetos possam fluir com mais facilidade para o fundo do poço, juntamente com o fluido, é injetado um agente de sustentação para manter a fratura aberta, criando assim uma permeabilidade artificial (DETOURNAY *et al.*, 2006).

Em reservatórios fraturados naturalmente, a fratura induzida hidraulicamente também poderá conectar fissuras naturais em quantidade suficiente para au-

mentar a produção. Quando a formação é danificada, a fratura ultrapassa a zona com permeabilidade restringida, próxima ao poço, modifica o modelo do fluxo do reservatório para o poço, passando a ser linear dentro e nas proximidades e pseudoradial mais distante e o fluido passa a percorrer caminhos de muito menos resistência ao fluxo (GOMES, 2011).

De acordo com Eshkalak e outros autores (2014), o custo operacional inicial para a execução de um novo poço, com relação ao poço já fraturado, tem significado econômico importante. Assim, é mais rentável economicamente reestimular poços já existentes por fraturamento do que executar novas atividades de perfuração.

A primeira operação de fraturamento hidráulico foi realizada em um reservatório de gás natural nos Estados Unidos, desde então, a alta taxa de sucesso destas operações, em apenas alguns anos, foi amplamente difundida e empregada em milhares de poços (GARCIA, 1996). Segundo Norris (2016), a tecnologia de fraturamento hidráulico já existe desde 1940 e é utilizada, até hoje, para aumentar a produção de reservatórios tradicionais. Este fato justifica os diversos investimentos em melhorias relacionadas à operação que vem sendo feitos ao longo dos anos a nível mundial.

Com o propósito de maximizar o fator de recuperação de um reservatório, é essencial uma análise matemática preliminar para prever o comportamento da formação rochosa quando submetida a uma fratura artificial induzida por alta pressão. Além disso, a fim de diminuir os riscos de falha operacional, é necessário utilizar métodos matemáticos e sua aplicabilidade vem se tornando cada vez mais robusta por meio de programas computacionais. Por isso, foram desenvolvidas soluções analíticas para modelagem da propagação de fraturas, considerando simplificações geométricas, balanço de massa e mecânica da fratura linear elástica. Este tipo de análise permite representar de forma mais realista o comportamento da fratura, projetar adequadamente a operação de injeção e estudar a resposta da rocha, com a finalidade de obter o cenário de maior eficiência volumétrica para o fraturamento hidráulico (ESCOBAR, 2016).

As características de dimensão e propagação de uma fratura hidráulica são informações fundamentais para um projeto de fraturamento hidráulico. O conhecimento das propriedades da rocha, do fluido de fraturamento e da magnitude e direção das tensões originais da rocha (in situ) é primordial para uma boa previsão das dimensões da fratura produzida para uma dada vazão de injeção e tempo. Vários modelos analíticos foram desenvolvidos, e dois destes *Perkins-Kern-Nordgren* (PKN) e *Khristianovic-Geertsma-de Klerk* (KGD) serão enfatizados neste artigo.

Dessa forma, este trabalho tem como propósito aplicar as equações dos modelos matemáticos PKN e KGD, que descrevem o comportamento da fratura, nas formações geológicas de seis campos petrolíferos da Bacia de Alagoas: campo de Anambé, campo da cidade de São Miguel, campo de Coqueiro Seco, campo de Pilar, campo de São Miguel dos Campos e campo de Sul de Coruripe, bem como verificar a eficiência dos modelos, qualitativamente, utilizando o programa *Scilab*.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Há dois modelos de altura de fratura constante: o modelo de Khristianovich-Geertsma-de Klerk, KGD, e o de Perkins-Kern-Nordgren, PKN. A maioria das antigas operações de fraturamento hidráulico foi projetada aplicando-se um destes modelos.

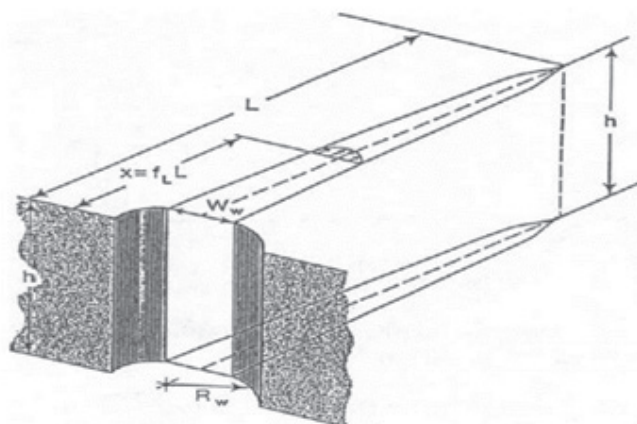
2.1 MODELO DE KHRISTIANOVICH-GEERTSMA-DE KLERK (KGD)

Os primeiros trabalhos sobre modelagem de fraturamento hidráulico foram desenvolvidos por pesquisadores russos, resumidos por Khristianovich e outros autores (1959). A primeira referência em inglês foi do artigo de Khristianovich e Zheltov (1955) para cálculo da abertura da fratura para uma vazão e comprimento específicos, porém o balanço de massa no interior da fratura não era satisfeito. As hipóteses limitantes do modelo de Khristianovich e Zheltov (1955), foram retiradas por Geertsma e de Klerk (1969), dando origem ao modelo atualmente conhecido como KGD.

Esse modelo apresenta as seguintes características: aplicável somente para fraturas confinadas; altura da fratura constante; seção transversal retangular; estado plano de deformação (no plano horizontal); a altura da fratura é muito maior do que seu comprimento; vazão considerada constante na fratura sob fluxo 1D; fluido fraturante é *newtoniano*; rocha contínua, homogênea e linearmente elástica.

A Figura 1 mostra uma asa de uma fratura KGD. Além da hipótese de altura constante, o modelo assume que a fratura está submetida à condição de deformação plana, no plano horizontal, e a extremidade da fratura é pontiaguda, conforme formulação proposta por Barenblatt em 1962. Esta hipótese remove a singularidade que ocorre na tensão na extremidade da fratura segundo a teoria da elasticidade.

Figura 1 – Esquema de fratura para o Modelo KGD



Fonte: Ching H. Yew (1997).

As seguintes soluções aproximadas (sem filtração), assumindo-se a existência de uma pequena área nas proximidades da ponta da fratura e que o formato desta área possa ser aproximado por uma elipse, foram obtidas por Geertsma e de Klerk (1969). As Equações (1), (2) e (3) correspondem ao comprimento da fratura (L), máxima abertura da fratura (W) e pressão de injeção (P_w) do modelo KGD, respectivamente.

$$L = 0,48 \left[\frac{8GQ^3}{\mu(1-\nu)} \right]^{1/6} t^{2/3} \quad (1)$$

$$W = 1,32 \left[\frac{8(1-\nu)\mu Q^3}{G} \right]^{1/6} t^{1/3} \quad (2)$$

$$P_w = \sigma_{min} + 0,96 \left[\frac{2Q\mu G^3}{(1-\nu)^8 L^2} \right]^{1/4} \quad (3)$$

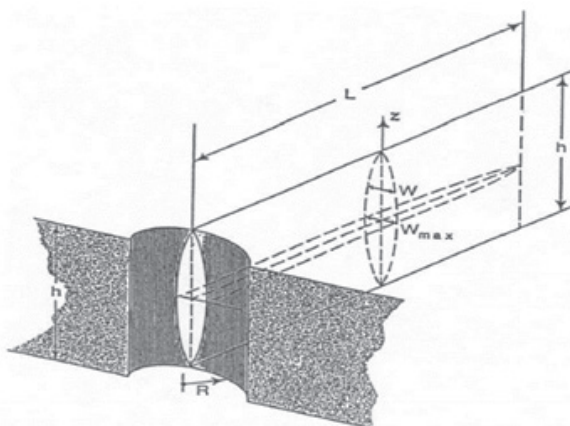
Nas quais: Q é a vazão (bbl/min), μ é a viscosidade dinâmica (cP), G é o módulo de cisalhamento (psi), ν é o coeficiente de Poisson, σ_{min} é a tensão horizontal mínima (psi), L é o comprimento da fratura (ft) e t é o tempo de bombeio (min).

Verifica-se que a máxima abertura de fratura aumenta proporcionalmente a $t^{1/3}$ e que a pressão no poço decresce com o aumento do comprimento da fratura, aproximando-se do valor de tensão horizontal mínima *in situ* de σ_{min} para grandes valores de comprimento L . Por assumir a condição de deformação plana horizontal, o modelo KGD se adapta melhor a fraturas cuja altura é maior que o comprimento da fratura.

2.2 MODELO PERKINS-KERN-NORDGREN (PKN)

Perkins e Kern (1961) assumiram que a mecânica da fratura não era o fator mais importante e focalizaram na influência do fluxo de fluidos. Perkins e Kern calcularam a abertura da fratura para uma vazão e comprimento predeterminados, sem satisfazer o balanço de volume no interior da fratura. Essa última limitação foi removida por Nordgren (1972), dando origem ao modelo hoje conhecido como PKN.

A Figura 2 apresenta o esquema de fratura do modelo PKN. Os efeitos da ponta da fratura não são considerados, pois, como já mencionado, o foco do modelo é o fluxo de fluido e os correspondentes gradientes de pressão. Suas principais características são: aplicável somente para fraturas confinadas; altura da fratura constante; seção transversal elíptica; estado plano de deformação (plano vertical); altura da fratura muito menor comparado com seu comprimento; vazão constante na fratura e fluxo 1D; fluido fraturante é *newtoniano*; rocha contínua, homogênea, linearmente elástica.

Figura 2 – Esquema de fratura do Modelo PKN

Fonte: Ching H. Yew (1997).

Nordgren (1972) obteve soluções para dois casos limites, considerando situações com eficiência volumétrica, tendendo a zero ou a um. A descrição e as Equações para essas situações estão apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Equações do Modelo PKN

Eficiência volumétrica tendendo a zero	Eficiência volumétrica alta tendendo a um
Comprimento da fratura	
$L = \frac{Q}{\pi c l H} t^{1/2} \quad (04)$	$L = 0.68 \left[\frac{GQ^3}{(1-\nu)\mu H^4} \right]^{1/5} t^{4/5} \quad (05)$
Máxima abertura da fratura	
$W = 4 \left[\frac{2(1-\nu)\pi Q^3}{\pi^3 G c l H} \right]^{1/4} t^{1/8} \quad (06)$	$W = 2.5 \left[\frac{(1-\nu)\mu Q^2}{GH} \right]^{1/5} t^{1/5} \quad (07)$
Pressão de injeção	
$P_w = 4 \left[\frac{2G^3 \mu Q^2}{\pi^3 (1-\nu)^3 c l H^5} \right]^{1/4} t^{1/8} \quad (08)$	$P_w = 2.5 \left[\frac{G^4 \mu Q^2}{(1-\nu)^4 H^6} \right]^{1/5} t^{1/5} \quad (09)$

Fonte:

Nas quais: Q é a vazão, μ é a viscosidade dinâmica, G é módulo de cisalhamento, ν é o coeficiente de Poisson, t é o tempo, e cl é o coeficiente de filtração de Carter.

Devido à hipótese de estado plano deformação (plano vertical), o modelo PKN tem sido geralmente considerado adequado para fraturas com relação comprimento/altura (L/H) grande. É interessante notar que a pressão de poço prevista pelo modelo

PKN, ao contrário do modelo KGD, cresce com o aumento do comprimento da fratura.

A grande limitação dos modelos bidimensionais de PKN e KGD é a consideração que a altura é constante. Pitombo (1987) diz que geralmente a altura da fratura (H) fixada é estimada com base nos perfis, porém, em muitos casos, a incerteza é muito grande com relação as barreiras que devem limitar o crescimento vertical da fratura, e há maior incerteza na determinação dessa altura quando os reservatórios são heterogêneos e de litologia variável.

Segundo Vicente (1989), a geometria do modelo PKN, ao contrário do modelo de KGD, normalmente é utilizada quando o comprimento de fratura (L) é muito maior que a altura de fratura (H), ou seja, a razão ($L/H \gg 1$). A partir disso, o modelo em questão é capaz de determinar, com boas estimativas, a largura e comprimento da fratura que depende de outros parâmetros fundamentais tais como o Módulo de Young (E), permeabilidade (k), coeficiente de filtração (cl) e tensões *in situ*.

O modelo KGD geralmente é utilizado quando a altura de fratura (H) é consideravelmente maior que o comprimento da fratura (L), então a razão ($L/H \ll 1$), o que induz a produção de fraturas curtas e largas. Porém, do mesmo modo, Pitombo (1987) diz que o presente modelo também considera que a queda de pressão, na direção da propagação, é determinada pela resistência ao fluxo de um fluido newtoniano em regime laminar.

Segundo Pizzocolo (2017), a diferença básica entre os modelos matemáticos de PKN e KGD, na prática, está na geometria da fratura. As fraturas tipo KGD são caracterizadas por corte transversal retangular, a largura é diretamente proporcional ao comprimento da fratura e tal formato é mais apropriado quando o comprimento da fratura é menor que a altura da fratura. Já o PKN, os efeitos da ponta da fratura não são considerados, pois o foco do modelo está no fluxo de fluido e os correspondentes gradientes de pressão.

3 METODOLOGIA

Na metodologia aplicar-se-á a modelagem matemática, utilizando a ferramenta *Scilab* para comparar os modelos matemáticos PKN e KGD nos campos da Bacia de Alagoas.

Os modelos KGD e PKN, representativos das equações governantes do fraturamento hidráulico, foram selecionados, pois, suas modelagens têm parâmetros em comum, como comprimento da fratura, pressão de injeção e máxima abertura da fratura. Isso permitirá uma melhor análise comparativa, em âmbito computacional, favorecendo uma escolha segura do modelo a ser empregado na previsão da operação de fraturamento hidráulico. A partir das equações desses modelos (ver itens 2.1 e 2.2) foi desenvolvido um algoritmo, denominado FJP.

A coleta dos dados dos campos de Anambé, cidade de São Miguel, Coqueiro Seco, Pilar, São Miguel dos Campos e de Sul de Coruripe foi realizada no site da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), órgão regulador das atividades que integram as indústrias de petróleo e gás natural e de biocombustíveis no Brasil. A ANP comporta em seu acervo de dados, informações dos campos de

petróleo do país, tais como geologia das formações, volumes de gás e óleo já produzidos, datas de início das produções etc.

Quanto à formação geológica, o campo de Anambé tem o reservatório composto por arenitos arcossianos da Formação Coqueiro Seco de idade Cretáceo Inferior. O campo da Cidade de São Miguel dos Campos apresenta, em seu reservatório, arenito que foi depositado em ambiente deltaico, fluvial e saturado com óleo de cerca de 39º API, pertence as formações Coqueiro Seco e Barra de Itiúba. O campo de Coqueiro Seco faz parte da formação Coqueiro Seco, de idade aptiana, que se caracteriza por intercalações de arenitos deltaicos e folhelhos arranjados em 6 ciclos deposicionais.

Já a geologia predominante dos reservatórios do campo de Pilar está distribuída em arenitos fluviais, deltaicos e eólicos. Pilar pertence a formação Barreiras, com cerca de 100 metros de altitude. A geologia do campo de São Miguel dos Campos é formada por arenitos arcossianos da formação Barra de Itiúba, de idade cretáceo inferior e depositados em ambiente deltaico lacustrino e arenitos da formação Serraria, de idade jurássica e depositados em ambiente fluvial. Por fim, o campo de Coruripe é formado por arenitos que pertencem a formação Penedo (ANP, 2016).

A Tabela 2 apresenta as propriedades que foram inseridas para desenvolvimento do algoritmo FJP, a partir dos modelos de KGD e PKN, para os campos citados da bacia de Alagoas. Os valores da vazão de injeção foram obtidos a partir dos dados da ANP (2018) para cada campo estudado, já as propriedades da formação, como o módulo de cisalhamento, coeficiente de Poisson e a tensão horizontal mínima foram obtidas em Nasirisavadkouhi (2015).

Tabela 2 – Parâmetros dos Campos da Bacia de Alagoas

Dados	Anambé	Cidade de S. M. dos Campos	Coqueiro Seco	Pilar	São Miguel dos Campos	Sul de Coruripe
H (ft)	43	52	83	39	65	47
Q (bbl/min)	54	49	75	58	40,7	65
t (min)	16	11	9	15	13	18
μ (cP)	33,38	33,77	37,63	33,77	33,77	37,73
G (Psi)	3335,868	3335,868	3335,868	3335,868	3335,868	3335,868
ν	0,25	0,25	0,25	0,25	0,3	0,25
k (mD)	235	230	350	230	100	230
(ft/ min)	0,0021	0,0033	0,0042	0,003355	0,0024	0,004752
σ_{min}	4000	4000	4000	4000	4000	4000

Fontes: Nasirisavadkouhi (2015) e ANP (2018).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As análises dos resultados dos campos de Anambé, cidade de São Miguel dos Campos, Coqueiro Seco, Pilar, São Miguel dos Campos e Sul de Coruripe são apresenta-

das com os parâmetros dos modelos KGD e PKN, ou seja, o comprimento da fratura (L), máxima abertura (W), pressão de injeção) e a razão comprimento/altura (L/H), a seguir.

Na Tabela 3, no campo de Anambé, formação Coqueiro Seco, observa-se que o comprimento da fratura é muito maior que sua altura e, partindo dos requisitos do modelo PKN e comparando com os de KGD, que prediz a produção de fraturas curtas e largas, pode-se assumir que as equações de Nordgren do modelo PKN são mais adequadas para esses parâmetros de formação geológica, sendo mais viável sua aplicação neste campo.

Observa-se, comparando os resultados do campo de Cidade de São Miguel dos Campos com o de Anambé, a redução do comprimento da fratura em ambos os modelos. Estes valores são justificados com base nas respectivas Equações (1) e (4), uma vez que os comprimentos de fratura de ambos os modelos são sensíveis a vazão de injeção e ao tempo de bombeio. O modelo PKN também é sugerido para este campo, uma vez que, a razão $L/H \gg 1$ o favorece.

Tabela 3 – Resultados do algoritmo FJP para os Campos da Bacia de Alagoas

	L (ft)	W (pol)	P _w (psi)	L/H
Modelo	Campo de Anambé			
KGD	71,58	15,29	4478,85	>1
PKN	761,40	6,23	1163,48	>>1
	Cidade de São Miguel dos Campos			
KGD	53,01	12,88	4544,66	> 1
PKN	301,45	4,82	747,02	>> 1
	Campo de Coqueiro Seco			
KGD	56,34	15,17	4603,73	< 1
PKN	205,44	4,87	485,95	>> 1
	Campo de Pilar			
KGD	70,92	15,54	501,16	> 1
PKN	546,47	5,83	1205,50	>> 1
	Campo de São Miguel dos Campos			
KGD	54,631	12,272	526,16	< 1
PKN	299,427	4,518	599,814	>> 1
	Campo Sul de Coruripe			
KGD	53,01	12,88	489,60	> 1
PKN	501,45	4,82	747,02	>> 1

Fonte: Autores (2020).

No Campo de Coqueiro Seco, houve grande variação em relação à altura da fratura e vazão de injeção quando comparado ao campo de Cidade de São Miguel dos Campos e, com essa variação, os parâmetros passaram a se enquadrar tanto no modelo KGD quanto no modelo PKN, pois os resultados, apresentados na Tabela 3,

obedecem tanto a razão largura e altura menor que 1, ou seja, $L/H < 1$ para KGD, quanto para o modelo PKN, onde o comprimento é muito maior que a altura, $L/H \gg 1$.

O quarto campo analisado é o de Pilar cujos reservatórios estão distribuídos nas formações Coqueiro Seco, Penedo e Barra de Itiúba. Neste caso, constatou-se a sensibilidade de alguns parâmetros que podem ser determinantes na escolha de um dos modelos propostos, como a vazão de injeção e o tempo de bombeio que tiveram uma notável variação em comparação com o campo de Coqueiro Seco. Contudo, apesar da vazão de injeção ter sido menor, isso não foi suficiente para tornar o modelo KGD viável, já que seu tempo de bombeio teve variação positiva, o que acabou colocando os resultados em contraste com os requisitos do modelo em questão, de modo que o modelo PKN seria mais apropriado neste campo. Isso é confirmado devido aos padrões e aplicabilidade, ou seja, razão ($L/H \gg 1$).

No Campo de São Miguel dos Campos notou-se que, tal qual o Campo de Coqueiro Seco, apesar dos parâmetros mais influentes serem diferentes, os modelos matemáticos de KGD e PKN são aplicáveis, uma vez que os resultados obtidos pelos parâmetros dessa formação atendem às suas predeterminações, ver Tabela 3.

A última análise foi realizada no Campo Sul de Coruripe, onde os principais reservatórios são de arenito e pertencem a formação Penedo. Para os valores de comprimento obtidos, conforme a Tabela 3, observa-se que o modelo PKN é o mais indicado, levando em consideração a razão entre comprimento e altura muito maior que 1 ($L/H \gg 1$). O modelo KGD não seria indicado para este campo pelo fato de o comprimento da fratura ser também, maior que 1, já que esse resultado entra em contraste com seu padrão de aplicação que requer uma altura de fratura maior que seu comprimento, de acordo com a sua bibliografia.

5 CONCLUSÕES

Neste artigo, foi elaborado um algoritmo tendo como base as equações dos modelos matemáticos de PerkinsKern-Nordgren (PKN) e Khristianovic-Geertsma-De Klerk (KGD), e por meio dele foram calculados e comparados os parâmetros em comum e, assim, determinou-se o modelo mais viável para ser aplicado em cada um dos seis campos da Bacia de Alagoas escolhidos.

O algoritmo, aplicando as equações matemáticas de PKN e KGD, utilizando a ferramenta *Scilab*, foi validado por meio dos dados obtidos e comparados com os da literatura.

Com base nos resultados obtidos, o modelo PKN foi mais representativo em comparação ao modelo KGD, pois os comprimentos da fratura obtidos pelo modelo PKN são muito maiores que a altura da fratura para todos os campos testados. Além disso, nos campos em que a altura da fratura é maior que seu comprimento, atendendo a exigência do modelo KGD, se nota um resultado pouco expressivo, tendo uma média de aproximadamente 0,8, levando em conta que esta razão deve ser muito menor que 1 para que este modelo seja considerado confiável.

REFERÊNCIAS

ANP – Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. **Plano de Desenvolvimento**. 2006.

BARENBLATT, G. I. **The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture**. Advances in Applied Mechanics, v. 7, edited by Dryden, H. L. and von Karman, T. Academic Press, New York. 1962.

DETOURNAY, E.; ADACHI, J.; GARAGASH, D. I.; SAVITSKI, A. **Interpretation and Design of Hydraulic Fracturing Treatments**. United States Patent No. US 7111681B2, 2006.

ESCOBAR, G. R. **Investigação do fraturamento hidráulico por modelagens analítica e numérica**. 2016. 117 f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

ESHKALAK, M. O.; AYBAR, U.; SEPEHNOORI, K. Na Economic Evaluation on the Re-Fracturing Treatment of the US Shale Gas Resources. **Eastern Regional Meeting**, Charleston, p. 21-23, october 2014. Paper SPE 170009..

GARCIA, J. E. L. **Um modelo quase-analítico para simulação tridimensional de propagação de fratura hidráulica**. 1996. 123 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Petróleo) – Departamento de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

GEERTSMA, J.; AND DE KLERK, F. A rapid method of predicting width and extent of hydraulic induced fractures. **Journal of Petroleum Technology**, p. 1571-1581, 1969. Paper SPE 2458

GOMES, S. J.; ALVES, F. B. **O universo da indústria petrolífera. Da pesquisa à refinação**. 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2011. p. 139-160.

KHRISTIANOVIC, S. A.; ZHELTOV, Y. P., **Formation of vertical fractures by means of highly viscous liquid, proceedings**, Fourth Worm Petroleum Congress, Rome, Italy, 1955. p. 579-586.

KHRISTIANOVICH, S. A.; ZHELTOV, Y. P.; BARENBLATT, G. I.; MAXIMOVICH, G. K. **Theoretical Principles of Hydraulic Fracturing of Oil Strata**, Proc., Fifth World Petroleum Congress, New York, 1959.

NASIRISAVADKOUHI, A. **A comparison study of KGD, PKN and a**

modified P3D model. 2015. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/280568251_A_Comparison_Study_of_KG_D_PKN_and_a_Modified_P3D_Model. Acesso em: 15 nov. 2019.

NORDGREN, R. P. Propagation of a vertical hydraulic fracture. **Society of Petroleum Engineers Journal, AIME**, v. 12, p. 306-314, 1972.

NORRIS, J. Q. **What is fracking?** SAO/NASA ADS Astronomy Abstract Service. 2016.

PERKINS, T. K.; KERN, L. R. Widths of hydraulic fractures. **Journal of Petroleum Technology**, v. 13, n. 9, p. 937-949, 1961.

PITOMBO, W. E. S. **Faturamento hidráulico.** Centro de Desenvolvimento de Recursos Humanos (SEDES) Norte/Nordeste. Petrobrás. 1987

PIZZOCOLO, F.; FOKKER, P. A. **Coupling Flow-Geomechanical model for stimulation of fractured geothermal fields.** 2017. 12 f. American Rock Mechanics Association, 2017.

SCILAB ENTERPRISE. **Scilab Software History.** Disponível em: <http://www.scilab.org/scilab/history>. Acesso em: 13 nov. 2017.

TAIOLI, F. Recursos Energéticos. *In*: TEIXEIRA, Wilson *et al.* (org.). **Decifrando a Terra.** São Paulo: Oficina de Textos, 2000. 568p. il. p. 475-480.

VICENTE, R. **Faturamento hidráulico.** Centro de Desenvolvimento de Recursos Humanos (SEDES) Norte/Nordeste. Petrobrás. 1989.

Data do recebimento: 25 de novembro de 2020

Data da avaliação: 12 de dezembro de 2020

Data de aceite: 12 de dezembro de 2020

1 Acadêmico do Curso de Engenharia de Petróleo do Centro Universitário Tiradentes – UNIT/AL.
E-mail: flaviobonfim26@gmail.com

2 Acadêmico do Curso de Engenharia de Petróleo do Centro Universitário Tiradentes – UNIT/AL.
E-mail: pedro_ricardo09@hotmail.com

3 Acadêmico do Curso de Engenharia de Petróleo do Centro Universitário Tiradentes – UNIT/AL.
E-mail: joabs-morais@hotmail.com

4 Professora do Curso de Engenharia de Petróleo do Centro Universitário Tiradentes – UNIT/AL.
E-mail: vanessa.limeira@gmail.com